Vibraciones Mecánicas

Introducción a la teoría de las vibraciones mecánicas

Profesor

Dr. Ing. Martín Sánchez

Jefe de Trabajos Prácticos

Ing. Gustavo Rosenthal

Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional La Plata

Departamento de Ingeniería Mecánica

20 de Marzo 2013

1 Objetivos de la cátedra

2 Historia de las vibraciones mecánicas
- Un poco de Historia
- ¿Por qué es importante estudiar las vibraciones mecánicas?

3 Conceptos básicos e introducción a los sistemas vibrantes
- Conceptos básicos
- Clasificación de los sistemas
- Componentes fundamentales

Objetivos generales

Intentaremos responder las siguientes preguntas fundamentales:

1. Cómo responderá el sistema con el tiempo ante un tipo determinado de perturbación?.

Objetivos generales

Intentaremos responder las siguientes preguntas fundamentales:

1. Cómo responderá el sistema con el tiempo ante un tipo determinado de perturbación?.
2. En cuánto tiempo la acción dinámica se disipará si la perturbación se aplica brevemente y luego se retira?.

Objetivos generales

Intentaremos responder las siguientes preguntas fundamentales:

1. Cómo responderá el sistema con el tiempo ante un tipo determinado de perturbación?.
2. En cuánto tiempo la acción dinámica se disipará si la perturbación se aplica brevemente y luego se retira?.
3. Cuando el sistema es estable o cuando sus oscilaciones aumentarán en magnitud con el tiempo.

Objetivos generales

Intentaremos responder las siguientes preguntas fundamentales:

1. Cómo responderá el sistema con el tiempo ante un tipo determinado de perturbación?.
2. En cuánto tiempo la acción dinámica se disipará si la perturbación se aplica brevemente y luego se retira?.
3. Cuando el sistema es estable o cuando sus oscilaciones aumentarán en magnitud con el tiempo.
4. Qué tipo de modificaciones se pueden hacer al sistema para mejorar sus características dinámicas?.

Un poco de Historia (i)

1. Galileo Galilei (1564-1642): Estudió el movimiento del **péndulo**.

Un poco de Historia (i)

1. Galileo Galilei (1564-1642): Estudió el movimiento del **péndulo**.
2. Robert Hooke (1635-1703): Experimentos. Relación entre el tono y la frecuencia de vibración de una **cuerda**.

Un poco de Historia (i)

1. Galileo Galilei (1564-1642): Estudió el movimiento del **péndulo**.
2. Robert Hooke (1635-1703): Experimentos. Relación entre el tono y la frecuencia de vibración de una **cuerda**.
3. Joseph Sauveur (1653-1716) y John Wallis (1616-1703): **Formas modales** en cuerdas vibrantes.

Un poco de Historia (i)

1. Galileo Galilei (1564-1642): Estudió el movimiento del **péndulo**.
2. Robert Hooke (1635-1703): Experimentos. Relación entre el tono y la frecuencia de vibración de una **cuerda**.
3. Joseph Sauveur (1653-1716) y John Wallis (1616-1703): **Formas modales** en cuerdas vibrantes.
4. Sir Isaac Newton (1642-1727): *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* describe las tres leyes del **movimiento**.

Un poco de Historia (i)

1. Galileo Galilei (1564-1642): Estudió el movimiento del **péndulo**.
2. Robert Hooke (1635-1703): Experimentos. Relación entre el tono y la frecuencia de vibración de una **cuerda**.
3. Joseph Sauveur (1653-1716) y John Wallis (1616-1703): **Formas modales** en cuerdas vibrantes.
4. Sir Isaac Newton (1642-1727): *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* describe las tres leyes del **movimiento**.
5. Brook Taylor (1685-1731): Solución **dinámica de la cuerda**.

Un poco de Historia (ii)

1. Daniel Bernoulli (1700-1782): Presencia de armónicos. **Principio de superposición**.

Un poco de Historia (ii)

1. Daniel Bernoulli (1700-1782): Presencia de armónicos. **Principio de superposición**.
2. Joseph Lagrange (1736-1813): **Solución analítica de la cuerda.**

Un poco de Historia (ii)

1. Daniel Bernoulli (1700-1782): Presencia de armónicos. **Principio de superposición**.
2. Joseph Lagrange (1736-1813): **Solución analítica de la cuerda.**
3. Leonard Euler (1707-1783) y Daniel Bernoulli (1700-1782): **Vigas delgadas** con distintos apoyos.

Un poco de Historia (ii)

1. Daniel Bernoulli (1700-1782): Presencia de armónicos. **Principio de superposición**.
2. Joseph Lagrange (1736-1813): **Solución analítica de la cuerda.**
3. Leonard Euler (1707-1783) y Daniel Bernoulli (1700-1782): **Vigas delgadas** con distintos apoyos.
4. Charles Coulomb: (1736-1806): **Vibraciones torsionales.**

Un poco de Historia (ii)

1. Daniel Bernoulli (1700-1782): Presencia de armónicos. **Principio de superposición**.
2. Joseph Lagrange (1736-1813): **Solución analítica de la cuerda.**
3. Leonard Euler (1707-1783) y Daniel Bernoulli (1700-1782): **Vigas delgadas** con distintos apoyos.
4. Charles Coulomb: (1736-1806): **Vibraciones torsionales.**
5. Sophie Germain (1776-1831): Premio de Napoleon. **Vibraciones de placas** (Error en CdB $\Rightarrow$ G. R. Kirchhoff).

Un poco de Historia (ii)

1. Daniel Bernoulli (1700-1782): Presencia de armónicos. **Principio de superposición**.
2. Joseph Lagrange (1736-1813): **Solución analítica de la cuerda.**
3. Leonard Euler (1707-1783) y Daniel Bernoulli (1700-1782): **Vigas delgadas** con distintos apoyos.
4. Charles Coulomb: (1736-1806): **Vibraciones torsionales.**
5. Sophie Germain (1776-1831): Premio de Napoleon. **Vibraciones de placas** (Error en CdB $\Rightarrow$ G. R. Kirchhoff).
6. Lord Rayleigh (1842-1919): Publica en 1877 **Theory of sound**.

¿Por qué estudiar vibraciones? (i)

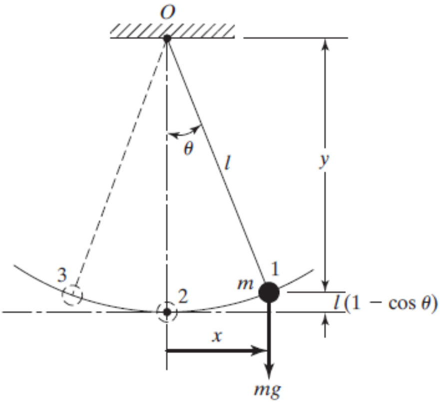
- La mayoría de las actividades humanas implican vibración de una forma u otra.
- Las investigaciones son motivadas por problemas de ingeniería

¿Por qué estudiar vibraciones? (ii)

- Todos los sistemas mecánicos tiene **problemas de vibración**.
- La compresión de las vibraciones ayuda a:
  - Buen diseño.
  - Bajo mantenimiento.
  - Prevención de fallas.

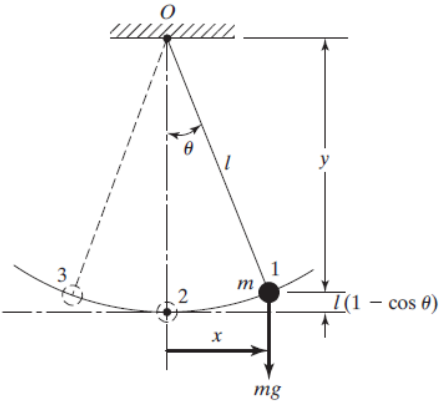
Un análisis cuidadoso de las vibraciones mecánicas mejora la eficiencia de muchos sistemas y procesos.

Conceptos básicos (i)



- ¿Que son las vibraciones?
  Todo movimiento que se repite después de un intervalo de tiempo.

Conceptos básicos (i)



- ¿Que son las vibraciones?
  Todo movimiento que se repite después de un intervalo de tiempo.

- ¿Que son los GdL?
  Mínimo de coordenadas independientes para determinar las posiciones de todas las partes.

Clasificación de los sistemas (i)

Los modelos matemáticos de sistemas mecánicos se clasifican de dos clases:

- Modelos continuos: Representados por un número infinito de grados de libertad y por lo general descritos por ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Clasificación de los sistemas (i)

Los modelos matemáticos de sistemas mecánicos se clasifican de dos clases:

- Modelos continuos: Representados por un número infinito de grados de libertad y por lo general descritos por ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
- Modelos de parámetros discretos: Representado por un número finito de grados de libertad y descritos por las ecuaciones diferenciales ordinarias.

Clasificación de los sistemas (i)

Los modelos matemáticos de sistemas mecánicos se clasifican de dos clases:

- Modelos continuos: Representados por un número infinito de grados de libertad y por lo general descritos por ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
- Modelos de parámetros discretos: Representado por un número finito de grados de libertad y descritos por las ecuaciones diferenciales ordinarias.

Ambos pueden ser:

- Sistemas lineales: Son deterministas y se mantiene el principio de superposición.

Clasificación de los sistemas (i)

Los modelos matemáticos de sistemas mecánicos se clasifican de dos clases:

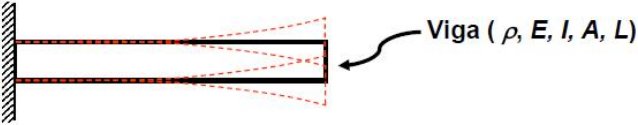
- Modelos continuos: Representados por un número infinito de grados de libertad y por lo general descritos por ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
- Modelos de parámetros discretos: Representado por un número finito de grados de libertad y descritos por las ecuaciones diferenciales ordinarias.

Ambos pueden ser:

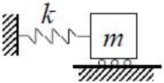
- Sistemas lineales: Son deterministas y se mantiene el principio de superposición.
- Sistemas no lineales: El comportamiento depende en gran medida de su estado inicial, por lo general se consideran movimientos de pequea amplitud donde se supone la linealidad de la dinámica.

Clasificación de los sistemas (ii)

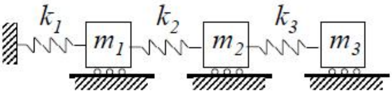
Modelos utilizados en el estudio de vibraciones



Modelo de 1-gdl



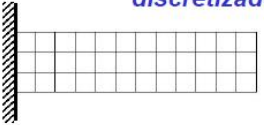
Modelo de N-gdl



Modelo continuo

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\,\frac{\partial^2 w_{(x,t)}}{\partial x^2}\right)+\frac{\rho}{A}\frac{\partial^2 w_{(x,t)}}{\partial t^2}=0$$

Modelo continuo discretizado



Clasificación de los sistemas (iii)

Estudiaremos la respuesta dinámica (los cambios dependientes del tiempo) de un sistema mecánico vibratorio debido a dos tipos de consideraciones:

- Respuesta libre: Movimiento debido a condiciones iniciales especificadas (perturbaciones del equilibrio).

Clasificación de los sistemas (iii)

Estudiaremos la respuesta dinámica (los cambios dependientes del tiempo) de un sistema mecánico vibratorio debido a dos tipos de consideraciones:

- Respuesta libre: Movimiento debido a condiciones iniciales especificadas (perturbaciones del equilibrio).
- Respuesta forzada: Movimiento resultante de excitaciones externas especificas.

Clasificación de los sistemas (iii)

Estudiaremos la respuesta dinámica (los cambios dependientes del tiempo) de un sistema mecánico vibratorio debido a dos tipos de consideraciones:

- Respuesta libre: Movimiento debido a condiciones iniciales especificadas (perturbaciones del equilibrio).
- Respuesta forzada: Movimiento resultante de excitaciones externas especificas.
  - Excitaciones deterministas
    - Periódicas: Armónicas simples y complejas.
    - No Periódicas: Transitorias e impulsivas.
  - Excitaciones aleatorias
    - Estacionarias: Señales estadísticas, no dependientes del tiempo.
    - No Estacionarias: Señales estadísticas, dependientes del tiempo.

Componentes fundamentales

Las componentes fundamentales de un sistema mecánico son:

- Masa o inercia $\Rightarrow$
  Cuerpo rígido que puede ganar o perder energía cinética.

Componentes fundamentales

Las componentes fundamentales de un sistema mecánico son:

- Masa o inercia $\Rightarrow$
  Cuerpo rígido que puede ganar o perder energía cinética.

- Rigidez $\Rightarrow$
  Elementos conservativos del sistema. Almacenan energía potencial y de deformación.

Componentes fundamentales

Las componentes fundamentales de un sistema mecánico son:

- Masa o inercia $\Rightarrow$
  Cuerpo rígido que puede ganar o perder energía cinética.
- Rigidez $\Rightarrow$
  Elementos conservativos del sistema. Almacenan energía potencial y de deformación.
- Amortiguación $\Rightarrow$
  Elementos no conservativos. Disipan la energía del sistema.

Componentes fundamentales

Las componentes fundamentales de un sistema mecánico son:

- Masa o inercia $\Rightarrow$
  Cuerpo rígido que puede ganar o perder energía cinética.
- Rigidez $\Rightarrow$
  Elementos conservativos del sistema. Almacenan energía potencial y de deformación.
- Amortiguación $\Rightarrow$
  Elementos no conservativos. Disipan la energía del sistema.

Objetivo: Determinar los elementos equivalentes del sistema capaces de reproducir una acción idéntica a todos los elementos del sistema real.

Elementos inerciales

Masa:

- La masa de un cuerpo es una propiedad fundamental de la material.
- La masa M es una constante (a velocidades muy por debajo de la velocidad de la luz) .
- El peso del cuerpo esta dado por $W = Mg$.
- La masa entra en la dinámica del sistema a través de las leyes fundamentales del movimiento.
  - Conservación del momento lineal.
  - Conservación del momento angular.

Traslación:

$$F = M\ddot{X}$$

donde $a_t = \ddot{X}$ es la aceleración de traslación.

Rotación:

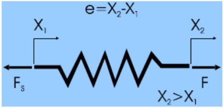
$$M = I\ddot{\theta}$$

donde $a_r = \ddot{\theta}$ es la aceleración angular.

Rigidez en los sistemas mecánicos (i)

Resortes:

- Relación **fuerza-desplazamiento**.
- Se concideran comúnmente **sin masa**.
- Una fuerza F en un extremo debe ser equilibrada por una fuerza F_s en el otro extremo.
- El resorte sufre una **elongación** igual a la diferencia entre sus desplazamientos extremos ($e = X2 - X1$).



- Para valores pequeños de e, la **constante de resorte** o rigidez es [N/m]:

$$K = \frac{F}{e}$$

Rigidez en los sistemas mecánicos (ii)

- Dispositivo de almacenamiento de energía.
- La energa V_s de tipo potencial elástica.
- Para el caso lineal V_s es:

$$V_s = \int F_s dx = \frac{1}{2} K e^2$$

- Resortes no lineales
  - **Suaves:** la pendiente disminuye con la elongación.
  - **Duros:** la pendiente aumenta con la deformación.

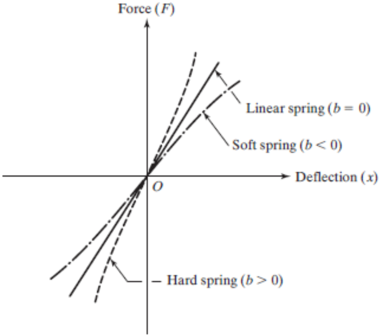


Figura : $F = ax + bx^3$

Disipación en los sistemas mecánicos (i)

Estos son los componentes mecánicos que disipan energía:

Disipación en los sistemas mecánicos (i)

Estos son los componentes mecánicos que disipan energía:

- Generalmente convierten la misma en calor.
- El proceso es irreversible!.

Estos elementos de disipación de energía son conocidos como **amortiguadores** (dampers/dashpots):

Disipación en los sistemas mecánicos (i)

Estos son los componentes mecánicos que disipan energía:

- Generalmente convierten la misma en calor.
- El proceso es irreversible!.

Estos elementos de disipación de energía son conocidos como **amortiguadores** (dampers/dashpots):

- Aisladores: Reducen la cantidad de fuerza/torque transmitidos al sistema, y/o
- Absorbedores: Disipan la energía no deseadas para disminuir la amplitud de las vibraciones.

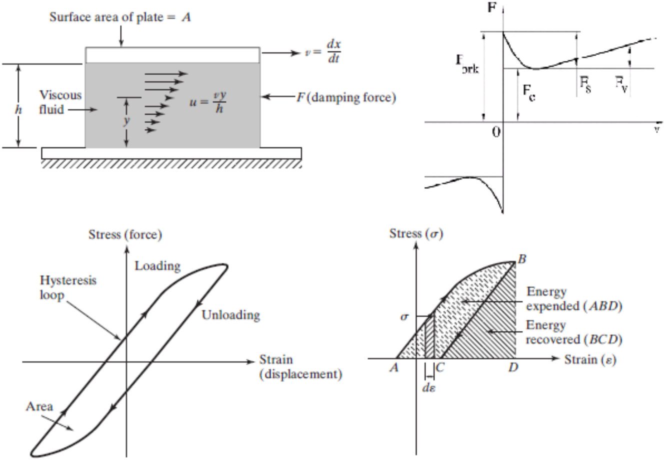
Disipación en los sistemas mecánicos (ii)

Tipos de amortiguación:

- Amortiguamiento por fluido: Se produce por la resistencia de un fluido al movimiento de un sólido, siendo este viscoso o turbulento.
- Amortiguamiento por fricción: Es causado por la fricción cinética entre superficies deslizantes secas.
- Amortiguamiento material: Se ocasiona por la fricción interna molecular o histéresis, cuando se deforma un cuerpo sólido.
- Amortiguamiento de partículas: Se produce por colisiones inelásticas y fricción entre partículas.

Nota: Excepto para el sistema lineal (viscoso) de amortiguación, todas los otros modelos son difíciles de analizar (e incluir) en los sistemas dinámicos, incluso para casos sencillos.

Disipación en los sistemas mecánicos (iii)



Disipación en los sistemas mecánicos (iv)