# Vibraciones Mecánicas

## Introducción a la teoría de las vibraciones mecánicas

Profesor

Dr. Ing. Martín Sánchez

Jefe de Trabajos Prácticos

Ing. Gustavo Rosenthal

Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional La Plata

Departamento de Ingeniería Mecánica

24 de Abril 2013

# Definición del amortiguamiento viscoso

- La amortiguación viscosa es el **mecanismo de amortiguación más comúnmente utilizado** en el análisis de vibración.

# Definición del amortiguamiento viscoso

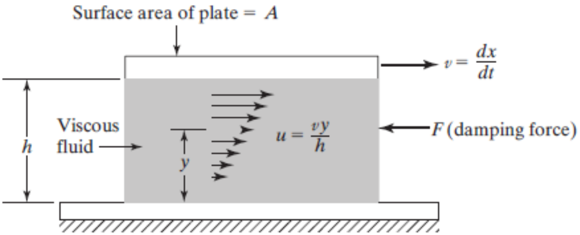
- La amortiguación viscosa es el **mecanismo de amortiguación más comúnmente utilizado** en el análisis de vibración.
- Cuando los sistemas vibran en un medio fluido (aire, gas, agua, o aceite) **la resistencia ofrecida por el fluido hace que la energía se disipe**.

# Definición del amortiguamiento viscoso

- La amortiguación viscosa es el **mecanismo de amortiguación más comúnmente utilizado** en el análisis de vibración.
- Cuando los sistemas vibran en un medio fluido (aire, gas, agua, o aceite) **la resistencia ofrecida por el fluido hace que la energía se disipe**.
- La fuerza de amortiguación es **proporcional a la velocidad del cuerpo** vibrante.

# Definición del amortiguamiento viscoso

- La amortiguación viscosa es el **mecanismo de amortiguación más comúnmente utilizado** en el análisis de vibración.
- Cuando los sistemas vibran en un medio fluido (aire, gas, agua, o aceite) **la resistencia ofrecida por el fluido hace que la energía se disipe**.
- La fuerza de amortiguación es **proporcional a la velocidad del cuerpo** vibrante.



# Desarrollo analítico

## Amortiguamiento viscoso en placas paralelas

- Una placa fija y la otra móvil con velocidad $v$
- Las velocidades del fluido intermedias varían linealmente (entre 0 y $v$)
- De acuerdo a la segunda ley de Newton de viscosidad:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

donde $du/dy = v/h$ es el gradiente de velocidades. La fuerza de corte $F$ será:

$$F = \tau A = \frac{\mu A v}{h} = cv$$

donde la constante de amortiguamiento viscoso será:

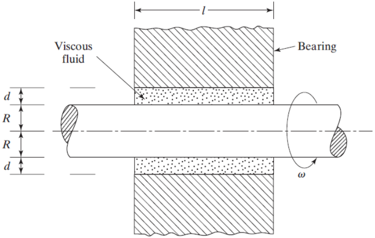
$$c = \frac{\mu A}{h}$$

# Amortiguamiento en cojinetes

- La velocidad tangencial del fluido en contacto es $v = R\omega$
- Asumiendo variación lineal $\Longrightarrow v(r) = rR\omega/d$
- La tensión de corte es $\tau = \mu R\omega/d$
- La fuerza torsional en el eje será:

$$T = (\tau A)R = \frac{2\pi\mu R^3 l\omega}{d}$$

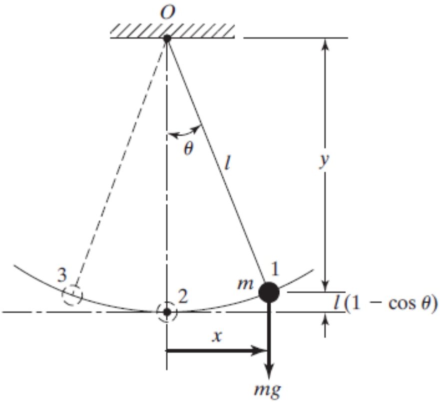
con $A = 2\pi Rl$




Así la constante de amortiguamiento será:

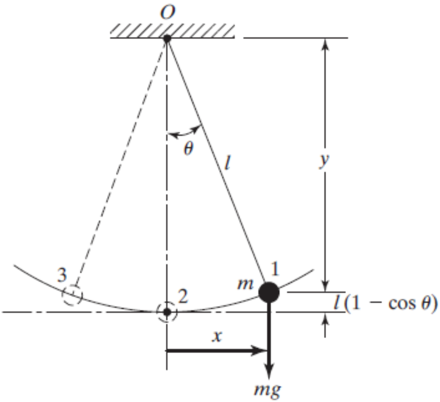
$$c_t = \frac{T}{\omega} = \frac{2\pi\mu R^3 l}{d}$$

# Recordar: Sistemas de un grado de libertad (SDoF)




- ¿Que son las vibraciones?
  Todo movimiento que se repite después de un intervalo de tiempo.

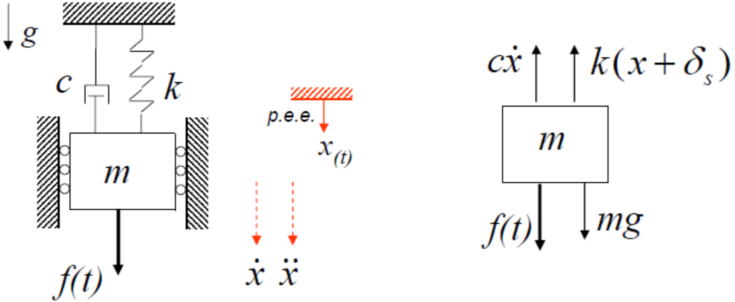
# Recordar: Sistemas de un grado de libertad (SDoF)




- **¿Que son las vibraciones?**
  Todo movimiento que se repite después de un intervalo de tiempo.

- **¿Que son los GdL?**
  Mínimo de coordenadas independientes para determinar las posiciones de todas las partes.

# Ecuación de movimiento: Newton




La **ecuación diferencial** ordinaria de 2° orden será:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t)$$

con **condiciones iniciales**:

$$\begin{aligned} x_{(t=0)} &= X_0 \\ \dot{x}_{(t=0)} &= V_0 \end{aligned}$$

# Respuesta libre con amortiguamiento (i)

La respuesta libre se basa en:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \tag{1}$$

cuya solución es de la forma:

$$x(t) = Ce^{st} \tag{2}$$

Introduciendo 2 en 1 $\Rightarrow$ **Ecuación Característica**

$$ms^2 + cs + k = 0$$

con:

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}$$

# Respuesta libre con amortiguamiento (ii)

La solución será:

$$x(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t}$$

**Amortiguamiento crítico**

- Se define como $c_c$ al valor de $c$ para:

$$\left(\frac{c_c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0$$

  por lo tanto

$$c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}}$$

- Factor de amortiguamiento $\Longrightarrow \zeta = c/c_c$

La solución será:

$$x(t) = C_1 e^{\left(-\zeta+\sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_0} + C_2 e^{\left(-\zeta-\sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_0}$$

# Sistema sobre-amortiguado - ($\zeta > 1$)

- Con $\zeta > 1$ se obtiene que $\sqrt{\zeta^2 - 1} > 0$
- Las raíces $s_1$ y $s_2$ son reales y distintas:

$$
\begin{aligned}
s_1 &= \left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_0 < 0 \\
s_2 &= \left(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_0 < 0
\end{aligned}
$$

con $s_2 << s_1$.

- La solución será:

$$x(t) = C_1 e^{\left(-\zeta + \sqrt{1-\zeta^2}\right)\omega_0 t} + C_2 e^{\left(-\zeta - \sqrt{1-\zeta^2}\right)\omega_0 t}$$

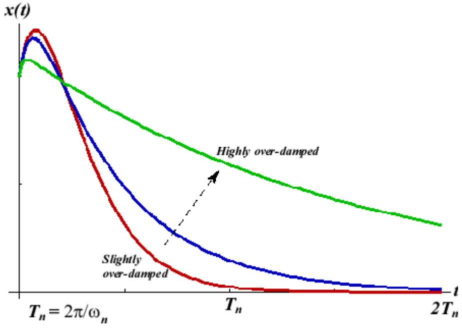
# Sistema críticamente amortiguado - ($\zeta = 1$)

- Con $\zeta = 1$ ambas raíces $s_1$ y $s_2$ son iguales y reales.

$$s_1 = s_2 = -\frac{c_c}{2m} = -\omega_0$$

- La solución será:

$$x(t) = (C_1 + C_2 t)\, e^{-\omega_0 t}$$



# Sistema sub-amortiguado - ($\zeta < 1$)

- Para $\zeta < 1$ la condición $\zeta^2 - 1$ es negativa y las raíces serán:

$$\begin{aligned} s_1 &= \left(-\zeta + i\sqrt{1-\zeta^2}\right)\omega_0 \\ s_2 &= \left(-\zeta - i\sqrt{1-\zeta^2}\right)\omega_0 \end{aligned}$$

- La solución será:

$$\begin{aligned} x(t) &= C_1 e^{\left(-\zeta + i\sqrt{1-\zeta^2}\right)\omega_0 t} + C_2 e^{\left(-\zeta - i\sqrt{1-\zeta^2}\right)\omega_0 t} \\ x(t) &= e^{-\zeta\omega_0 t}\left\{ C_1 e^{\left(i\sqrt{1-\zeta^2}\right)\omega_0 t} + C_2 e^{\left(-i\sqrt{1-\zeta^2}\right)\omega_0 t} \right\} \end{aligned}$$

# Sistema sub-amortiguado - ($\zeta < 1$)